

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, 17 februarie 2024
Clasa a VII -a**Problema 1**a) Verificați dacă numărul N este rațional, unde

$$N = \sqrt{52 - 30\sqrt{3}} + \sqrt{(4\sqrt{3} - 7)^2} + \sqrt{28 + 16\sqrt{3}} - \sqrt{(-\sqrt{3} - 2)^2}$$

$$\text{b) Fie } A = \frac{\sqrt{1}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{35}} + \dots + \frac{\sqrt{2023}-\sqrt{2025}}{\sqrt{4096575}}$$

Calculați $[A] + 45\{A\}$, unde $[A]$ este partea întreagă și $\{A\}$ este partea zecimală.**Problema 2**Aflați numerele de forma \overline{abc} pentru care $\sqrt{\overline{abc}} = 2(a + b + c)$

G.M. nr.10 2023

Problema 3Fie $ABCD$ pătrat și $E \in (DC)$. Fie $F \in BC$ astfel încât B să fie între F și C , iar $DE = BF$.Fie $G \in (BC)$ astfel încât $AE = FG$. Notăm M mijlocul segmentului AG și $AE \cap FM = \{N\}$.a) Arătați că $GQ \perp AF$, unde $FM \cap AB = \{Q\}$.b) Arătați că $ABGN$ este trapez dreptunghic.**Problema 4**Fie punctele A, B, C, D situate pe un cerc în această ordine astfel încât suma măsurilor arcelor AB, BC, CD să fie mai mică de 180° , iar $[AB] \equiv [CD]$. Mediatoarele segmentelor $[AB]$ și $[CD]$ se intersectează în Q , iar cercul în P respectiv T astfel încât P și T să nu fie pe același semicerc cu punctele A, B, C și D .a) dacă N este simetricul lui Q față de T , iar măsura arcului TP este 60° arătați că NP este tangentă la cerc.b) arătați că $ADPT$ este trapez isoscel.**Notă:** Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7p.

Nu se acordă puncte din oficiu.